

ETRS528 SPI

**L3 ESET et TRI**  
**OUTILS MATHÉMATIQUES POUR L'INGÉNIEUR**

**Date : 22/11/2021**

**Durée : 1h30**

- Une feuille A4 manuscrite recto/verso autorisée
- Calculatrice interdite

*Rq : Bien penser à mener les calculs le plus loin possible ! Simplifier les expressions. Encadrer les résultats.*

**[/6] Exercice 1) Dérivées**

[/1] 1.1) Dériver la fonction  $f(x) = \frac{1}{\tan(x)} + (\sin(3x))^2$

[/1] 1.2) Dériver la fonction  $f(x) = \frac{5x^2+6}{8x+1}$

[/1] 1.3) Calculer  $\frac{\partial}{\partial t}(\sqrt{e^{2t-x}})$

[/1.5] 1.4) Calculer le gradient de la fonction  $f(x, y, z) = e^{xyz} + \frac{x}{z}$

1.5) Un coureur décide de traverser un terrain rectangulaire en diagonale. En rentrant chez lui, il calcule la distance  $d$  qu'il a parcourue. Sachant que le terrain a une longueur  $L=16m \pm 2m$  et une largeur  $l=12m \pm 2m$ , donner :

[/0.5] 1.5.a) la distance parcourue  $d$

*Indice : Voici ce que retourne Matlab pour l'entrée suivante :*

`>> [11:19].^2`

121 144 169 196 225 256 289 324 361

[/1] 1.5.b) l'incertitude absolue sur ce résultat  $\Delta d$

[/1] 1.5.c) l'incertitude relative  $\frac{\Delta d}{d}$

### [/6] Exercice 2) Equation différentielle du premier ordre

Soit l'équation différentielle

$$(x + 1)y' + y = \frac{1}{x + 1} \quad (E1)$$

[/2] 3.1) Résoudre l'équation homogène (EH1) associée à (E1).

[/2] 3.2) Déterminer la solution générale de l'équation (E1) en utilisant la méthode de la variation de la constante.

[/2] 3.3) Déterminer la fonction solution de (E2) vérifiant les conditions :  $y(0) = 2$ .

### [/5] Exercice 3) Equation différentielle du second ordre

Soit l'équation différentielle

$$y'' - 3y' + 2y = 6x - 7 \quad (E2)$$

où  $y$  est une fonction de la variable réelle  $x$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

[/1] 3.1) Résoudre l'équation homogène (EH2) associée à (E2).

[/1] 3.2) Déterminer une solution particulière de l'équation (E2).

[/1] 3.3) Déterminer la solution générale de l'équation (E2).

[/1] 3.4) Déterminer la fonction solution de (E2) vérifiant les conditions :  $y(0) = 2$  et  $y'(0) = 4$ .

[/1] 3.5) Représenter graphiquement à main levée la fonction solution  $y(x)$ .

### [/3] Exercice 4) Matlab

[/1] 4.1) Quelle équation différentielle (et condition initiale associée) est résolue par le script suivant ?

```
x= 0:0.003:3;
dx=0.01;
y(1)=1;
for k=1:length(x)-1
    yprime(k)= -2*y(k)^2+exp(x(k));
    y(k+1)=y(k)+ yprime(k)*dx;
end
```

[/1] 4.2) A quelle condition cette résolution est-elle exacte ?

[/0.5] 4.3) Comment s'appelle cet algorithme ? Rappeler le principe de cet algorithme.

[/0.5] 4.4) Quelle ligne de code permettrait de tracer  $y(k)$  en fonction de  $x(k)$  ?