

**L3 ESET et TRI**  
**OUTILS MATHÉMATIQUES (ETRS503\_ETRS / ETRS 504\_ETRS)**

**Date : 14/06/2021**

**Durée : 1h30**

**Règles pour l'épreuve :**

- Une feuille manuscrite A4 recto/verso
- Calculatrice interdite

**[/6] Exercice 1) Dérivées** – Rq : Bien penser à mener les calculs le plus loin possible !

[/1] 1.1) Dériver la fonction  $f(x) = \frac{-2 \cdot x - 6}{x+3} + \frac{1}{2} \cdot \ln((x+3)^2)$

[/1] 1.2) Dériver la fonction  $f(x) = x \cdot \sin(2x+1) - (x-3) \cdot \cos(x)$

[/1.5] 1.3) Calculer le gradient de la fonction  $g(x, y, z) = x^4 \cdot (4y + z^2)^3$

1.4) On veut déterminer le débit d'un réseau informatique à l'aide de la formule :

$$D = \frac{8 \cdot N}{T}$$

où D est le débit que l'on cherche, N est le nombre d'octets émis et T le temps nécessaire pour émettre ces octets. On estime avoir envoyé  $300\,000 \pm 300$  octets pendant  $0.080 \pm 0.008$  secondes.

[/0.5] 1.4.a) Calculer le débit de la liaison.

[/1] 1.4.b) Calculer l'incertitude absolue sur cette valeur.

[/1] 1.4.c) Calculer l'incertitude relative sur D.

**[/5.5] Exercice 2) Equation différentielle du second ordre**

Soit l'équation différentielle

$$y'' + 4y = 3 \tag{E1}$$

où y est une fonction de la variable réelle x définie et dérivable sur R.

[/1.5] 2.1) Résoudre l'équation homogène (EH1) associée à (E1).

[/1] 2.2) Déterminer une solution particulière de l'équation (E1).

[/1] 2.3) Déterminer la solution générale de l'équation (E1).

[/1] 2.4) Déterminer la fonction solution de (E1) vérifiant les conditions :  $y(0) = \frac{3}{4}$  et  $y'(0) = 2$ .

[/1] 2.5) Représenter graphiquement à main levée la fonction y(x).

**[/5] Exercice 3) Equation différentielle du premier ordre**

Soit l'équation différentielle (EC)  $\leftrightarrow y' + \frac{1}{x}y = 18x$

[/2] 3.1) Trouver la solution générale  $y_H(x)$  de l'équation homogène associée :

$$(EH) \leftrightarrow y' + \frac{1}{x}y = 0$$

[/2] 3.2) Trouver la solution générale de l'équation complète (EC), en utilisant la méthode de la variation de la constante.

[/2] 3.3) Trouver la fonction solution de l'équation complète (EC) qui vérifie la condition initiale  $y(1) = 12$ .

**[/3.5] Exercice 4) Matlab**

[/1] 4.1) Que vaut x à l'exécution du script Matlab suivant ?

```
xi=0;  
xf=5;  
dx=0.05;  
x=xi:dx:xf;
```

[/0.5] 4.2a) Quelle est l'équation résolue par le script suivant ?

```
y(1)=1;  
for k=1:(n-1);  
    yprime(k)=-2*y(k)^2+exp(x(k));  
    y(k+1)=y(k)+yprime(k)*dx;  
end
```

[/0.5] 4.2b) A quelle condition cette résolution est-elle exacte ?

[/0.5] 4.2c) Comment s'appelle cet algorithme ?

[/0.5] 4.2d) Rappeler le principe de cet algorithme.

[/0.5] 4.2e) Quelle ligne de code permettrait de tracer  $y(k)$  en fonction de  $x(k)$  ?