

L3 ESET et TRI
OUTILS MATHÉMATIQUES (ETRS 503 - ETRS 504)

Date : 21/11/2019

Durée : 1h30

Règles pour l'épreuve :

- Une feuille manuscrite A4 recto/verso
- Calculatrice interdite

Exercice 1 : Dérivées – Rq : Bien penser à mener les calculs le plus loin possible !

1.1) Dériver la fonction $f(x) = \frac{-1}{2x^2}$

1.2) Calculer $\frac{\partial}{\partial t}(t\sqrt{kt})$

1.3) Calculer le gradient de la fonction $g(x, y, z) = x^3(4y + z^2)^3$

1.4) On veut déterminer la puissance P dissipée par une résistance R. On mesure à ses bornes une tension V. On rappelle que

$$P = \frac{V^2}{R}$$

1.4.a) Calculer P sachant que $R = 100 \pm 1 \Omega$ et $V = 1.0 \pm 0.1 \text{ V}$

1.4.b) Calculer l'incertitude absolue ΔP .

1.4.c) Calculer l'incertitude relative $\frac{\Delta P}{P}$.

Exercice 2 : Equation différentielle du second ordre

Soit l'équation différentielle

$$3y'' - 8y' + 5y = 5 \quad (E1)$$

où y est une fonction de la variable réelle x définie et dérivable sur R.

2.1) Déterminer la solution $y_H(x)$ de l'équation homogène (EH1) associée à (E1).

$$3y'' - 8y' + 5y = 0 \quad (EH1)$$

2.2) Déterminer une solution particulière $y_p(x)$ de l'équation (E1).

2.3) Déterminer la solution générale de l'équation (E1).

2.4) Déterminer la fonction solution de (E1) vérifiant les conditions : $y(0) = 3$ et $y'(0) = 2$.

2.5) Représenter graphiquement à main levée la fonction obtenue.

Exercice 3 : Equation différentielle du premier ordre

Soit l'équation différentielle

$$y' + \frac{1}{x}y = \frac{8}{x} + \frac{3\ln(x)}{x} + 5\left(1 - \frac{1}{x}\right)e^{-x} \quad (E2)$$

3.1) Déterminer la solution $y_H(x)$ de l'équation homogène associée à (E2)

$$y' + \frac{1}{x}y = 0 \quad (EH2)$$

3.2) Démontrer que $y_p(x) = 5(1 - e^{-x}) + 3 \ln(x)$ est solution particulière de l'équation complète

3.3) Déterminer la solution générale de l'équation complète (EC)

3.4) Déterminer la fonction solution de l'équation complète (EC) qui vérifie la condition initiale

$$y(1) = 5\left(\frac{e-1}{e}\right).$$

Exercice 4 : Matlab

1) Que vaut x à l'exécution du script Matlab suivant ?

```
xi=0;  
xf=5;  
dx=0.05;  
x=xi:dx:xf;
```

2-a) Quelle est l'équation résolue par le script suivant ?

```
y(1)=1;  
for k=1:(n-1);  
    yprime(k)=-2*y(k)^2+exp(x(k));  
    y(k+1)=y(k)+yprime(k)*dx;  
end
```

2-b) A quelle condition cette résolution est-elle exacte ?

2-c) Comment s'appelle cet algorithme ? Rappeler le principe de cet algorithme.