Licence L3 Sciences et Technologies TRI et ESET
Bases des Mathématiques pour l'ingénieur
Année 2019/2020. Examen session 1

ETRS 502_ETRS

EXERCICE 1 (3 points):

1. Placer le nombre $z_1 = 3\sqrt{3} - 3j$ dans le plan complexe.
2. Mettre z_1 sous la forme exponentielle (en justifiant les résultats).
3. En posant z=a+jb, résoudre l'équation $e^z = 3\sqrt{3} - 3j$

EXERCICE 2 (4 points) :
Dans le corps des complexes,

1. Calculer les racines de $z_2 = -3 - 4j$.
2. s'aider du résultat obtenu pour résoudre l'équation $jz^2 + (4j-3)z + j - 5 = 0$

EXERCICE 3 : (4 points).

1. Calculer une primitive de $\dfrac{2x+3}{x^2 - x - 2}$
2. Calculer l'intégrale $\displaystyle\int_1^2 \frac{e^x}{1+e^x}\,dx$

EXERCICE 4 : (4 points)

1. Calculer une primitive de $\dfrac{1}{x^2 - 1}$
2. A l'aide du résultat précédent calculer l'intégrale $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin(x)}\,dx$. On utilisera pour cela le changement de variable u=cos(x) (on commencera par exprimer du en fonction de dx...)

EXERCICE 5 : (5 points)
Soit la fonction $x \to H(x)$ où x est un réel et H(x) un nombre complexe. α est une constante. On donne :
s'écrivant $H(x) = \dfrac{j \cdot \alpha \cdot x \cdot H_0}{1 - x^2 + j \cdot \alpha \cdot x}$

1. Déterminer le module et l'argument de H(x) que l'on nommera $|H(x)|\ et\ \arg(H(x))$.
2. On prendra H0 = 10 et α= 1. Pour x=0.1, 1, 2, 10 et 100 donner les valeurs de $|H(x)|\ et\ \arg(H(x))$. Calculer les aussi pour $|H(x)|_{dB} = 20 \times \log_{10}|H(x)|$
3. Pour x variant de 0 à l'infini étudier les valeurs limites et les asymptotes de $|H(x)|\ et\ \arg(H(x))$. On veillera à bien donner l'expression analytique des asymptotes pour le module.
4. Donner l'expression de ces asymptotes du module en utilisant les dB ($|H(x)|_{dB}$).

EXERCICE Bonus (2 points) A NE FAIRE QUE SI LES AUTRES EXERCICES SONT TERMINES.
t est une variable réelle, a, t_1 et t_2 sont des constantes,

1. On donne le résultat suivant : $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-at^2}\,dt = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$. Utiliser ce résultat et un changement de variable pour calculer l'intégrale $I = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\left(\frac{t}{t_1}\right)^2\right] \exp\left(\frac{t}{t_2}\right) dt$.