SCIENCES ET MONTAGNE
UNIVERSITÉ SAVOIE MONT BLANC

L3 ESET et TRI
OUTILS MATHEMATIQUES (ETRS 503 - ETRS 504) ETRS 503 . ETRS

Date : 22/12/2017
Durée : 1h30

Règles pour l'épreuve :
- Une feuille manuscrite A4 recto/verso
- Calculatrice interdite

Exercice 1 : Dérivées – Rq : Bien penser à mener les calculs le plus loin possible !

1.1) Dériver la fonction $f(x) = \frac{5x^2+6}{8x+1}$

1.2) Calculer $\frac{\partial}{\partial x}(xe^{-x})$

1.3) Calculer $\frac{\partial}{\partial t}\left(\sqrt{e^{2t-x}}\right)$

1.4) Calculer le gradient de la fonction $f(x,y,z) = e^{xyz} + \frac{x}{z}$

1.5) Une grandeur physique s'écrit comme suit :

$$P = I(V_2 - V_1)$$

On mesure

$$I = 1.0 \pm 0.1\ A$$
$$V_1 = 10.0 \pm 0.2\ V$$
$$V_2 = 6.0 \pm 0.2\ V$$

1.5.a) Calculer la valeur numérique de P.
1.5.b) Donner l'expression simplifiée de ΔP et faire l'application numérique.
1.5.c) Donner l'expression simplifiée de $\frac{\Delta P}{P}$ et faire l'application numérique.

Exercice 2 : Equations différentielles

2.1) Soit l'équation différentielle

$$y'' - 5y' - 6y = -18x - 45 \qquad \text{(E1)}$$

où y est une fonction de la variable réelle x définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

a) Résoudre l'équation homogène associée à (E1).

b) Déterminer une solution particulière de l'équation (E1).

c) Déterminer la solution générale de l'équation (E1).

d) Déterminer la fonction solution de (E1) vérifiant les conditions : $y(0) = 5$ et $y'(0) = -4$.

2.2) Soit l'équation différentielle

$$y' - \frac{y}{x} = \frac{24x}{12 + x} \qquad \text{(E2)}$$

où y est une fonction de la variable réelle x définie et dérivable sur $\mathbb{R}$

2.2.a) Résoudre l'équation homogène associée à (E2).

2.2.b) A l'aide de la méthode de la variation de la constante, déterminer la solution générale de l'équation (E2)

2.2.c) Déterminer la fonction $y(x)$ solution de (E2) vérifiant la condition initiale :

$$y'(12) = 24\ln(24) + 2029 \qquad \text{(CI2)}$$

PS : joyeux $y(x)$ à tous !

Exercice 3 : Matlab

1) Que vaut x à l'exécution du script Matlab suivant ?

```
xi=0;
xf=5;
dx=0.05;
x=xi:dx:xf;
```

2-a) Quelle est l'équation résolue par le script suivant ?

```
y(1)=1;
for k=1:(n-1);
   yprime(k)= -2*y(k)^2+exp(x(k));
   y (k+1)=y (k)+ yprime(k)*dx;
end
```

2-b) A quelle condition cette résolution est-elle exacte ?

2-c) Comment s'appelle cet algorithme ?

2-d) Rappeler le principe de cet algorithme.

2-e) Quelle ligne de code permettrait de tracer y(k) en fonction de x(k) ?