SCIENCES ET MONTAGNE
UNIVERSITÉ SAVOIE MONT BLANC

UNIVERSITÉ SAVOIE MONT BLANC

L3 ESET et TRI
OUTILS MATHEMATIQUES (ETRS 503 - ETRS 504)

Date : 03/01/2017
Durée : 1h30

/ **Règles pour l'épreuve :**
- Une feuille manuscrite A4 recto/verso
- Calculatrice interdite

/6 **Exercice 1 : Dérivées** – Rq : Bien penser à mener les calculs le plus loin possible !

1 1.1) Dériver la fonction $f(x) = \dfrac{3x^2 - x}{5x^3 + 2x + 1}$

1 1.2) Calculer $\dfrac{\partial}{\partial t}\left(e^{\sqrt{t-x}}\right)$

1,5 1.3) Calculer le gradient de la fonction $f(x,y,z) = \ln(x) \cdot e^{y \cdot z} + \dfrac{\cos(y)}{z} + \dfrac{ye^z}{x}$

1,5 1.4) On veut calculer le gain en dB en sortie d'un amplificateur à l'aide de la formule :

$$G_{dB} = \frac{10}{\ln(10)} . ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

On sait que $\frac{1}{\ln(10)} \approx 0.43$. On mesure $P_1 = 1.0 \pm 0.1\ W$ et $P_2 = 10.0 \pm 0.1\ W$

1.4a) Calculer le gain G_{dB} de l'amplificateur.

1.4b) Calculer l'incertitude absolue sur G_{dB}.

1.4c) Donner une valeur approchée de l'incertitude relative sur G_{dB}.

/5 **Exercice 2 : Equations différentielles**

2.1) Soit l'équation différentielle

$$2y'' - 6y' + 4y = 8\sin(2x) - 16\cos(2x) \qquad \text{(E1)}$$

où y est une fonction de la variable réelle x définie et dérivable sur R.

2 a) Résoudre l'équation homogène associée à (E1).

1 b) Démontrer que $y_p(x)=\cos(2x) + \sin(2x)$ est une solution particulière de l'équation (E1).

1 c) Déterminer la solution générale de l'équation (E1).

1 d) Déterminer la fonction solution de (E1) vérifiant les conditions : $y(0) = 0$ et $y'(0) = 1$.

/5 2.2) Soit l'équation différentielle

$$xy' - y = x^2 e^x \qquad \text{(E2)}$$

où y est une fonction de la variable réelle x définie et dérivable sur R

2 2.2a) Résoudre l'équation homogène associée à (E2).

2 2.2b) A l'aide de la méthode de la variation de la constante, déterminer la solution générale de l'équation (E2)

1 2.2c) Déterminer la fonction solution de (E2) vérifiant les conditions : $y(1)=e^1$

/5 **Exercice 3 : Matlab**

1) Que vaut x à l'exécution du script Matlab suivant ?

1
```
xi=0;
xf=5;
dx=0.05;
x=xi:dx:xf;
```

2-a) Quelle est l'équation résolue par le script suivant ?

1
```
y(1)=1;
for k=1:(n-1);
   yprime(k)= -2*y(k);
   y (k+1)=y (k)+ yprime(k)*dx;
end
```

1 2-b) A quelle condition cette résolution est-elle exacte ?

1 2-c) Expliquer le principe de cet algorithme.

1 2-d) Quelle ligne de code permettrait de tracer y(k) en fonction de x(k) ? A quoi ressemblerait le résultat ?